

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Ημερομηνία: Κυριακή 10 Μαΐου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A.1. Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα τον $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

Μονάδες 7

A.2. Να γράψετε δύο τύπους του συν2α.

Μονάδες 4

A.3. Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών για κάθε μία από τις συναρτήσεις $f(x) = a^x$ και $g(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$.

Μονάδες 4

A.4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστή**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)
$$\epsilon\phi(\alpha + \beta) = \frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 + \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta}$$

β) Στο πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$, με ακέραιους συντελεστές, κάθε διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 , είναι ρίζα του $P(x)$.

γ) Αν $0 < a \neq 1$ τότε ισχύει: $\log_a(\theta_1 + \theta_2) = \log_a \theta_1 \cdot \log_a \theta_2$ με $\theta_1, \theta_2 > 0$.

δ) Αν $a > 1$ τότε η $f(x) = a^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

ε) Αν $D = 0$, τότε το γραμμικό σύστημα 2×2 , $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ είναι πάντα αδύνατο.

Μονάδες $5 \times 2 = 10$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β' ΦΑΣΗ

E_3.BMλ2Γ(ε)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin 2x - 1$, $x \in \mathcal{R}$.

B.1. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή, η ελάχιστη τιμή και η περίοδος της συνάρτησης $f(x)$.

Μονάδες 8

B.2. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα $x'x$ στο $[0, 2\pi]$.

Μονάδες 9

B.3. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $K = \frac{f\left(\frac{\pi}{12}\right) \cdot f\left(\frac{5\pi}{12}\right) + f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1 - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + \gamma$, για την οποία ισχύουν:

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης της $f(x)$ δια $x + 2$ είναι 24.
- Η C_f διέρχεται από το σημείο $A(0, 8)$.
- Η $f(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

Γ.1. Να δείξετε ότι: $a = 1$, $b = -10$ και $\gamma = 8$.

Μονάδες 9

Γ.2. α) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 4

β) Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η C_f είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 4

Γ.3. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x+4}{f(x)} \leq \frac{2}{f(x) + f(-x) - 18}$.

Μονάδες 8

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β' ΦΑΣΗ

E_3.BMλ2Γ(ε)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x, \text{ με } x \in \mathbb{R} \text{ και } h(x) = \ln \frac{3}{x} + \ln \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \ln \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) + \ln \left(1 + \frac{x}{2}\right),$$

με $x > 0$.

Δ.1. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \ln(f(\ln x))$.

α) Να υπολογίσετε το $f(\ln x)$.

Μονάδες 3

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \ln(f(\ln x))$.

Μονάδες 4

Δ.2. Να δείξετε ότι $h(x) = \ln \frac{3}{2}$.

Μονάδες 5

Δ.3. Να λύσετε την εξίσωση $g(x) = h(x)$ με $x > 1$.

Μονάδες 7

Δ.4. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, ώστε να υπάρχει $\theta \in \mathbb{R}$ και να ισχύει: $\eta\mu\theta = \frac{f(1) \cdot \ln^2 x - 2f(2) \cdot \ln x}{6f(1)}$

Μονάδες 6