

**ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Ημερομηνία: Κυριακή 17 Απριλίου 2016**

**Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύει:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Για οποιουσδήποτε αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$  και θετικό ακέραιο  $\nu$  ισχύει η ισοδυναμία:  $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu > \beta^\nu$ .

**β.** Για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$  ισχύει  $|\alpha| \geq -\alpha$ .

**γ.** Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα  $A$  και  $A'$  ισχύει πάντοτε  $P(A') = 1 + P(A)$ .

**δ.** Η εξίσωση  $x^\nu = a$ , με  $a > 0$  και  $\nu$  περιττό φυσικό αριθμό έχει ακριβώς μία λύση την  $\sqrt[\nu]{a}$ .

**ε.** Έστω  $A(\alpha, \beta)$  ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου. Το συμμετρικό του ως προς τη διχοτόμο της  $1^{\text{ης}}$  και  $3^{\text{ης}}$  γωνίας των αξόνων είναι το σημείο  $A'(\beta, \alpha)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

i)  $x^2 - x - 6 = 0$

**Μονάδες 4**

ii)  $(x-1)^2 - |x-1| - 6 = 0$

**Μονάδες 8**

**B2. i)** Να λύσετε την ανίσωση  $-x^2 + x + 6 < 0$

**Μονάδες 6**

ii) Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  η εξίσωση  $x^2 + 2x + \frac{\lambda^2}{4} = 0$  είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$ ;

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{3 - |1-x| + |k^3 + 1|}$ ,  $k \in \mathbb{R}$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  είναι το  $A = [-2, 4]$ .

**Μονάδες 10**

**Γ2.** Να βρείτε την τιμή του  $k$  για την οποία το σημείο  $M(-1, 1)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ . Παίρνουμε τυχαία ένα στοιχείο  $\omega$  του  $\Omega$ . Να βρείτε την πιθανότητα το  $f(\omega)$  να έχει νόημα.

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f(x)=0$  έχει δύο ρίζες άνισες.

**Μονάδες 3**

**Δ2.** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x)=0$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{\sqrt{f(0)}}{\sqrt{f(-1)-f(0)} - \sqrt{f(0)}} + \frac{\sqrt{f(-1)-f(0)}}{\sqrt{f(-1)-f(0)} + \sqrt{f(0)}}$$

**Μονάδες 6**

$$B = x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$$

**Μονάδες 6**

$$\Gamma = \sqrt{x_1^2} \cdot |x_2|$$

**Μονάδες 3**

**Δ3.** Αν  $A = \frac{7}{3}$ ,  $B=24$  και  $\Gamma=2$

**i.** Να σχεδιάσετε την ευθεία (ε):  $y = \Gamma x + \frac{B-10}{A}$  σε ένα σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$ .

**Μονάδες 3**

**ii.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τους άξονες  $x'x, y'y$ .

**Μονάδες 4**