

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 9 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Έστω α, β, γ ακέραιοι με $\alpha, \beta \neq 0$. Να δείξετε ότι:
α. Αν $\alpha \mid \beta$ και $\beta \mid \gamma$, τότε $\alpha \mid \gamma$.

Μονάδες 6

- β.** Αν $\alpha \mid \beta$, τότε $|\alpha| \leq |\beta|$.

Μονάδες 6

- B.** Έστω δύο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται έλλειψη με εστίες τα σημεία E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο;

Μονάδες 5

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Αν A, B σημεία του επιπέδου και M το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος AB , τότε για οποιοδήποτε

σημείο O του επιπέδου ισχύει $\vec{OM} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$.

- β.** Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο διανύσματα με $\vec{\beta} \neq \vec{0}$, τότε

$$\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

γ. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$, για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.

δ. Αν α και β είναι φυσικοί αριθμοί με $\beta \neq 0$, τότε υπάρχουν μοναδικοί φυσικοί k και v τέτοιοι, ώστε $\alpha = k\beta + v$, $0 \leq v < \beta$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy δίνονται τα σημεία $A(2,3)$ και $B(3,-2)$.

α. Να δείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Μονάδες 12

β. Να βρείτε σημείο M του άξονα x' , ώστε τα σημεία A, M, B να είναι συνευθειακά.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Το σημείο $A(7,5)$ είναι μία κορυφή τετραγώνου του οποίου η μία διαγώνιος βρίσκεται στην ευθεία $3x+y-6=0$.

α. Να βρείτε την εξίσωση της άλλης διαγωνίου του τετραγώνου.

Μονάδες 8

β. Να δείξετε ότι το κέντρο του τετραγώνου είναι το σημείο $K(1,3)$.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τις κορυφές του παραπάνω τετραγώνου.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $x^2+y^2=9$.

- α. Αν το σημείο $P(x_0, y_0)$ ανήκει στον παραπάνω κύκλο, να δείξετε ότι το σημείο $M\left(\frac{5}{3}x_0, \frac{4}{3}y_0\right)$ ανήκει σε έλλειψη της οποίας να υπολογίσετε την εκκεντρότητα.

Μονάδες 9

- β. Να βρείτε την εξίσωση της ισοσκελούς υπερβολής η οποία έχει τις ίδιες εστίες με την παραπάνω έλλειψη.

Μονάδες 10

- γ. Να βρείτε τις εξισώσεις των ασυμπτώτων της υπερβολής του ερωτήματος β καθώς και τη γωνία που σχηματίζουν οι ασύμπτωτες.

Μονάδες 6**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10.00' πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ