

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ 1ο

1. Να αποδείξετε ότι τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α , β , γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

Μονάδες 9

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2, \theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$ ισχύουν:

α. $\log_{\alpha}(\theta_1 + \theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2$

β. $\log_{\alpha}\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log_{\alpha}\theta_1 - \log_{\alpha}\theta_2$

γ. $\log_{\alpha}\theta^k = k \log_{\alpha}\theta$.

Μονάδες 6

3. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό τύπο.

Ο τύπος που εκφράζει το $\sin 2\alpha$ είναι:

α. $\sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$

β. $\sin 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

γ. $\sin 2\alpha = 2\eta\mu^2\alpha - 1$.

Μονάδες 4

4. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες:

α. Αν $P(x) = \alpha_k x^k + \alpha_{k-1} x^{k-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ ένα πολυώνυμο με $\alpha_k \neq 0$, τότε ο αριθμός k λέγεται του πολυωνύμου $P(x)$.

β. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης δύο πολυωνύμων είναι το μηδενικό πολυώνυμο, τότε η διαίρεση λέγεται

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω η συνάρτηση $f(x) = (a+1)\sin(\beta\pi x)$, όπου a και β είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί.

α. Αν η μέγιστη τιμή της $f(x)$ είναι 3 και η περίοδός της είναι 4, να αποδείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 13

β. Για τις τιμές $a = 2$ και $\beta = \frac{1}{2}$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{3}{2}$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω $P(x)$ πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού, το οποίο διαιρείται με το πολυώνυμο $x^2 + 1$, έχει ρίζα το 0 και του οποίου το άθροισμα των συντελεστών είναι ίσο με 2.

α. Να αποδείξετε ότι $P(x) = x^3 + x$.

Μονάδες 14

β. Να λύσετε την ανίσωση:

$$(P(x) - 2)^3 + (P(x) - 2)^2 + P(x) > 2.$$

Μονάδες 11

ΘΕΜΑ 4ο

1. Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ οι αριθμοί

$$\log(3 \cdot 2^x - 1), \log(4 \cdot 2^x - 1), \log(8 \cdot 2^x - 2)$$

με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου;

Μονάδες 13

2. Εάν ο τέταρτος όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου είναι $a_4 = -\log 2$, να βρείτε τον πρώτο όρο της προόδου.

Μονάδες 12

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μετά τις 10:00 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ