

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 9 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x, y)$ του καρτεσιανού επιπέδου. Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ (δηλαδή τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα μεταξύ τους), τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$.

Μονάδες 2

β. Έστω α, β μη μηδενικοί ακέραιοι. Αν $\alpha | \beta$ και $\beta | \alpha$, τότε ισχύει πάντα ότι $\alpha = \beta$.

Μονάδες 2

γ. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

Μονάδες 2

δ. Η εξίσωση της παραβολής με εστία $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα $\delta : x = -\frac{p}{2}$ είναι $x^2 = 2py$.

Μονάδες 2

Γ. Στη **Στήλη Α** δίνονται εξισώσεις κωνικών τομών και στη **Στήλη Β** ονομασίες γραμμών του επιπέδου. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \alpha > \beta > 0$	1. Κύκλος
β. $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \alpha > 0, \beta > 0$	2. Ευθεία
γ. $y^2 = 2px, p > 0$	3. Υπερβολή
δ. $x^2 + y^2 = \rho^2, \rho > 0$	4. Παραβολή
	5. Έλλειψη

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα σημεία $A(14,5)$ και $B(2, -1)$.

α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία A και B είναι $x - 2y - 4 = 0$.

Μονάδες 13

- β. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε τέμνει τους άξονες $x'x$, $y'y$ στα σημεία $K(4,0)$ και $\Lambda(0,-2)$ αντιστοίχως.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης των ακεραίων αριθμών α και β με το 5 είναι 2, τότε:

- α. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\alpha^2 + \beta^2 - 2003$ είναι πολλαπλάσιο του 5.

Μονάδες 12

- β. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού $8\alpha + 9\beta$ με το 5.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ και το σημείο $M(2,1)$.

- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο με κέντρο το σημείο $K(2, -1)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$.

Μονάδες 6

- β. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που διέρχονται από το σημείο $M(2,1)$.

Μονάδες 10

- γ. Αν A , B είναι τα σημεία επαφής των παραπάνω εφαπτομένων με τον κύκλο, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου MAB .

Μονάδες 9