

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2012
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α.

A1. Ορισμός 1 σελ. 81

A2. α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ

A3.

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \ln \beta - \ln \alpha$

β) $(g \circ f)(x) = g'(f(x))f'(x)$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$

ΘΕΜΑ Β

B1. $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = 25$

$$6 + 5 + 4 + \kappa + 2\kappa + 1 = 25$$

$$16 + 3\kappa = 25$$

$$3\kappa = 9$$

$$\kappa = 3$$

B2.

| x_i | v_i | N_i | $f_i\%$ | $x_i v_i$ |
|--------|-------|-------|---------|-----------|
| 1 | 6 | 6 | 24 | 6 |
| 2 | 5 | 11 | 20 | 10 |
| 3 | 4 | 15 | 16 | 12 |
| 4 | 3 | 18 | 12 | 12 |
| 5 | 7 | 25 | 28 | 35 |
| Σύνολο | 25 | | 100 | 75 |

B3. $x = \frac{\sum_{i=1}^s x N_i}{v} = \frac{75}{25} = 3 \quad \delta = x_{13} = 3$

B4. Το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως είναι $16\% + 12\% + 28\% = 56\%$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + \beta x) = a + \beta = f(1)$$

$$\Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)}{x-1} = 4$$

Γ3.

▪ f συνεχής στο $x_0 = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$ Άρα $\alpha + \beta = 4$ (1)

▪ $f(-1) = 2$ Άρα $\alpha - \beta = 2$ (2)

$$\text{Από (1), (2)} \begin{cases} \alpha + \beta = 4 \\ \alpha - \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2\alpha}{2} = 6 \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 1$$

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1. $F(x) = x^3 - x^2 - x + c$

Για $x = 0$: $F(0) = c$ Άρα $c = 1$, επομένως $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

Δ2. Η F συνεχής και παραγωγίσιμη στο $A_F = \mathbb{R}$ με $F'(x) = f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$F'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = 0$, $x = 1$ ή $x = -1/3$

| | | | | |
|---------|-----------|------------|------------|-----------|
| | $-\infty$ | $-1/3$ | 1 | $+\infty$ |
| x | | | | |
| $F'(x)$ | + | - | + | |
| $F(x)$ | ↑ | ↓ | ↑ | |
| | | T.M | T.E | |

- Η F είναι γνήσια αύξουσα στο $(-\infty, -\frac{1}{3}]$
- Η F είναι γνήσια φθίνουσα στο $[-\frac{1}{3}, 1]$
- Η F είναι γνήσια αύξουσα στο $[1, +\infty)$
- Η F παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -1/3$ το $F(-\frac{1}{3}) = \frac{32}{27}$
- Η F παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 1$ το $F(1) = 0$

Δ3. $2011 < 2012$ και αφού $F \uparrow [1, +\infty)$ τότε $F(2011) < F(2012)$

Δ4. $E(\Omega) = \int_0^1 |f(x)| dx \stackrel{f(x) < 0}{=} - \int_0^1 f(x) dx = -[F(x)]_0^1 = -F(1) + F(0) = 0 + 1 = 1$