



Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$

- Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$
- Δείξτε ότι $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, k$
- Δείξτε ότι $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

(9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

B. Έστω A, B δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Να αποδείξετε ότι $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Γ. Να γράψετε στην τελευταία στήλη το γράμμα της σωστής απάντησης

| | | A | B | Γ | Δ | ΑΠΑΝΤΗΣΗ | |
|---|---|-----------------------------|-----|-----|-----|----------|--|
| 1 | Αν $P(A)=0.3$ τότε το $P(A')$ ισούται με | 0.3 | 0.8 | 0.7 | 0.1 | | |
| 2 | Αν $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(A \cap B)=0.1$ τότε το $P(A \cup B)$ ισούται με | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | | |
| 3 | Αν $P(A)=0.8, P(A \cap B)=0.2$ τότε | Το $P(A \cap B)$ ισούται με | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | |
| | | Το $P(A \cup B)$ ισούται με | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | |
| 4 | Αν $P(A)=0.3$ και $P(B)=0.6$ Ποια από τις διπλανές σχέσεις ΔΕΝ μπορεί να ισχύει | $P(A \cup B) =$ | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| | | $P(A \cap B) =$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | |
| | | $P(A - B) =$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | |

(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \lambda x^3 - 6x + \mu$.

Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2\lambda}$ και το μέγιστο της συνάρτησης f είναι 9 :

- Δείξτε ότι $\lambda = 2$
- Δείξτε ότι $\mu = 5$
- Βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της f όπου η εφαπτομένη (ϵ) είναι παράλληλη στον x'
- Να βρείτε για ποια τιμή του x ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος.

(7 ΜΟΝΑΔΕΣ)

(6 ΜΟΝΑΔΕΣ)

(6 ΜΟΝΑΔΕΣ)

(6 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 3^ο

Μελετήσαμε ένα δείγμα Ι.Χ. αυτοκινήτων που κυκλοφορούν στο κέντρο της Αθήνας ως προς τον αριθμό των επιβατών συμπεριλαμβανομένου και του οδηγού. Μερικά από τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

| Αριθμός επιβατών x_i | Αριθμός αυτοκινήτων v_i | f_i | $f_i \%$ | N_i | F_i | $F_i \%$ |
|---------------------------|------------------------------|-------|----------|-------|-------|----------|
| 1 | | | | | | |
| 2 | 110 | | | 160 | | |
| 3 | | | | | | 70 |
| 4 | | 0.075 | | | | |
| 5 | | | | 400 | | |
| ΣΥΝΟΛΑ | | | | | | |

A.

- i) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)**
- ii) Να υπολογίσετε την μέση τιμή και τη διάμεσο του δείγματος **(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)**
- iii) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές **(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

B. Επιλέγουμε τυχαία ένα αυτοκίνητο. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: "το αυτοκίνητο έχει το πολύ δύο επιβάτες"

(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)

B: "το αυτοκίνητο έχει τουλάχιστον τέσσερις επιβάτες"

(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Γ. Επιλέγουμε στην τύχη έναν επιβάτη. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: "ο επιβάτης έχει τρεις συνεπιβάτες"

(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Δ: "ο επιβάτης δεν έχει συνεπιβάτες"

(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 4^ο

Σ' ένα χωριό υπάρχουν n άνθρωποι που ο καθένας είναι x_1, x_2, \dots, x_n ετών.

A. Αν το δείγμα x_1, x_2, \dots, x_n των ηλικιών τους έχει συντελεστή μεταβολής 20% και μετά από 25 χρόνια γίνεται για πρώτη φορά ομοιογενές,

- i) Βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των ηλικιών τους
- ii) Βρείτε τη μέση τιμή του δείγματος $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$
- iii) Αν ο μικρότερος σε ηλικία είναι 10 ετών, βρείτε προσεγγιστικά τη μεγαλύτερη ηλικία, αν υποθέσουμε ότι η κατανομή των ηλικιών είναι κανονική.

(9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

B. Στο παραπάνω χωριό υπάρχουν μόνο 2 καφενεία, το A και το B. Αν το 30% των κατοίκων πηγαίνει στο A καφενείο και το 60% δεν πηγαίνει στο B ενώ το 50% πηγαίνει σε ένα τουλάχιστον από τα δύο καφενεία, να βρείτε:

- i) Τι ποσοστό των κατοίκων πηγαίνει και στα δύο καφενεία
- ii) Απ' αυτούς που πηγαίνουν μόνο στο ένα καφενείο ποιοι είναι οι περισσότεροι, αυτοί που πηγαίνουν μόνο στο A ή αυτοί που πηγαίνουν μόνο στο B.

(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Γ. Το κάθε ένα από τα n άτομα αγοράζει ένα λαχνό. Οι λαχνοί είναι αριθμημένοι από το 1 έως το n και έχουν ίδια πιθανότητα κλήρωσης.
Αν η πιθανότητα να κληρωθεί περιττός αριθμός είναι κατά 0,8% μεγαλύτερη από το να κληρωθεί άρτιος να βρείτε πόσα άτομα έχει το χωριό.

(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑΤΑ ΟΕΦΕ 2006