



B. α) Έχουμε  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 t_i}{4} = \frac{P(A) + P(A') + P(\emptyset) + P(\Omega)}{4} = \frac{1+0+1}{4} = \frac{1}{2}$ .

Διατάσσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά. Είναι

$$P(\emptyset) = 0, P(A), P(A'), P(\Omega) = 1 \quad \text{ή} \quad P(\emptyset) = 0, P(A'), P(A), P(\Omega) = 1$$

Σε κάθε περίπτωση η διάμεσος, ως το ημίαθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, ισούται με

$$\delta = \frac{P(A) + P(A')}{2} = \frac{1}{2}$$

β) Είναι  $s^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (t_i - \bar{x})^2$

$$= \frac{1}{4} \left[ (P(A) - \frac{1}{2})^2 + (P(A') - \frac{1}{2})^2 + (P(\emptyset) - \frac{1}{2})^2 + (P(\Omega) - \frac{1}{2})^2 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[ (P(A) - \frac{1}{2})^2 + (1 - P(A') - \frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 + (1 - \frac{1}{2})^2 \right]$$

$$= \dots \frac{1}{4} [2P^2(A) - 2P(A) + 1]$$

γ. Είναι  $s^2 = \frac{1}{4} f(P(A))$

Από το α ερώτημα έχουμε:  $s^2 \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow s \geq \frac{1}{\sqrt{8}}$  και η ισότητα ισχύει όταν  $P(A) = 1/2$ . Έτσι,

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\frac{1}{\sqrt{8}}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ωστε, είναι  $CV \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$  και η ισότητα ισχύει, όταν  $P(A) = 1/2$ , που δίνει  $P(A') = 1 - P(A) = 1/2$ , δηλαδή, ισοδύναμα, όταν  $P(A) = P(A')$

#### ΘΕΜΑ 4ο

A. Έστω, x η συχνότητα της πρώτης κλάσης και y της τρίτης κλάσης. Για τα κέντρα και τις συχνότητες των κλάσεων έχουμε:

$x_i$	$v_i$
-3	x
-1	3x
1	y
3	5x
ΣΥΝΟΛΟ	9x+y

Είναι:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{-3x - 3x + y + 15x}{9x + y} = \frac{9x + y}{9x + y} = 1$

**B. α)** Με  $y = x$ , από τον τύπο  $f_i \% = \frac{v_i}{v} 100\%$  βρίσκουμε

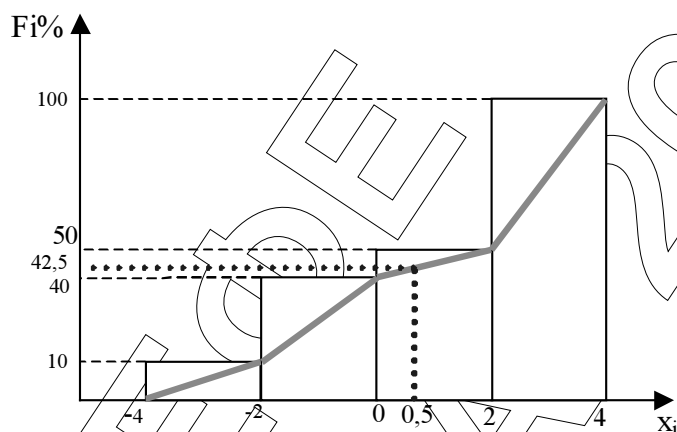
$$f_1 \% = \frac{x}{10x} 100\% = 10\%$$

$$f_2 \% = \frac{3x}{10x} 100\% = 30\%$$

$$f_3 \% = \frac{x}{10x} 100\% = 10\%$$

$$f_4 \% = \frac{5x}{10x} 100\% = 50\%$$

Έτσι, συμπληρώνουμε την τέταρτη στήλη του δοσμένου πίνακα. Το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το ζητούμενο πολύγωνο φαίνονται στο επόμενο σχήμα.



β) Η διάμεσος αντιστοιχεί στην παρατήρηση, που έχει αθροιστική συχνότητα 50%. Έτσι, είναι η τεταγμένη του σημείου του πολυγώνου των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, που έχει τεταγμένη 50. Βρίσκουμε  $\delta = 2^\circ\text{C}$ .

γ) Το ποσοστό των ψυγείων με θερμοκρασία μικρότερη ή ίση της τιμής  $0,5^\circ\text{C}$  είναι η αθροιστική συχνότητα της τιμής  $0,5^\circ\text{C}$ . Από το σχήμα του Βα ερωτήματος το εκτιμάμε σε 42,5%. Επομένως το  $(100 - 42,5)\% = 57,5\%$  των ψυγείων έχει θερμοκρασία μεγαλύτερη από  $0,5^\circ\text{C}$ .