Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1°

Α α) Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα και μόνο ένα στοιχείο της στήλης Β που είναι ίσο

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. εφ2α	1. $1-2ημ^2α$
Β. συν2α	2. συνασυνβ-ημαημβ
Γ. $συν^2α$	3. $\frac{2εφα}{1-εφ^2α}$
Δ. ημ(α-β)	4. ημασυνβ-ημβσυνα
	5. $\frac{1-συν2α}{2}$
	6. $\frac{1+συν2α}{2}$

Μονάδες 5

β)Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των πρώτων ν όρων μιας γεωμετρικής προόδου $(α_ν)$ με λόγο $λ\neq 1$ είναι $S_ν = α_1\frac{λ^ν-1}{λ-1}$

Να εξετάσετε και την περίπτωση λ=1

Μονάδες 10

Β. α) Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση . Η τιμή της παράστασης $Α=συν64^0συν26^0-ημ64^0ημ26^0$ είναι :

i) α. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ β. 0 γ. 1 δ.-1

ii) Η τιμή της παράστασης $10^{1-\log 2}$ είναι
α. 1 β.5 γ.2 δ.10

Μονάδες 5

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση:

α. Αν σε μια ακολουθία είναι $\alpha_\nu \neq 0$ και $\frac{\alpha_\nu}{\alpha_{\nu+1}} = \frac{1}{\lambda}$ για κάθε $\nu \in N^*$ τότε η ακολουθία (α_ν) είναι γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ

β. Ισχύει ότι: $2\eta\mu 15^0 \sigma\upsilon\nu 15^0 = \frac{1}{2}$

γ. Ισχύει ότι: $\sigma\upsilon\nu^2 30^0 - \eta\mu^2 30^0 = \sigma\upsilon\nu 60^0$

δ. $\log_\alpha(\theta_1+\theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$

ε. $\frac{\log_\alpha \theta_1}{\log_\alpha \theta_2} = \log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^o

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3+\alpha x^2+\beta x-20$ με $\alpha,\beta \in R$

α) Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το x+2 και το υπόλοιπο της διαίρεσης με το x+1 είναι το -16 να αποδείξετε ότι α=12 και β=6

Μονάδες 8

β) Να λυθεί η εξίσωση P(x)=0

Μονάδες 8

γ) Να λυθεί η ανίσωση P(x)>0

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^o

α) Να λύσετε την εξίσωση $\varepsilon\varphi x = -\sqrt{3}$

Μονάδες 5

β) Θεωρούμε τους θετικούς πραγματικούς $x_\kappa = \kappa\pi - \frac{\pi}{3}$, κ=1,2,3...

i) Να δείξετε ότι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να βρείτε τον πρώτο όρο και την διαφορά της

Μονάδες 5

ii) Να βρείτε το κ ώστε ο αριθμός $\frac{6017\pi}{3}$ να είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης

Μονάδες 7

iii) Να υπολογίσετε το άθροισμα $x_1+x_2+...x_{30}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^{ο}

Έστω η συνάρτηση $f(x)=\ell nx$, x>0

α. Να λύσετε την εξίσωση f(2-ημx)-f(συν2x)=f(3) αν $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

Μονάδες 6

β. Αν α>0 και f(α) + f(α^{2})+...+f(α^{100})=5050 να αποδείξετε ότι α=e

Μονάδες 6

γ. Έστω α,β,γ>0. Να αποδείξετε ότι:αν οι f(α), f(β), f(γ) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε οι α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

Μονάδες 5

δ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x)\sqrt{f(x)}+f(x)-12>0$

Μονάδες 8