

# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2003

## ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A<sub>1</sub>** Αν  $\alpha > 0$  με  $\alpha \neq 1$  τότε για οποιουσδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  να δείξετε ότι ισχύουν :

1.  $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$
2.  $\log_{\alpha} \theta_1^{\kappa} = \kappa \log_{\alpha} \theta_1$ ,  $\kappa \in \mathbb{R}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7,5)

**A<sub>2</sub>** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \log x$ ,  $x \in (0, +\infty)$

Να γράψετε στο τετράδιο σας ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες

- α)  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$
- β) Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση
- γ)  $f(e) = 1$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7,5)

**B<sub>1</sub>** Αντιστοιχίστε τα νούμερα της στήλης Α με τα γράμματα της στήλης Β

ΣΤΗΛΗ Α

ΣΤΗΛΗ Β

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\eta\mu\alpha$                          | α. $\sigma\upsilon\alpha\sigma\upsilon\upsilon\upsilon(-\beta) - \eta\mu\alpha\eta\mu(-\beta)$   |
| 2. $\sigma\upsilon\upsilon(\alpha - \beta)$ | β. $\frac{1 - \sigma\upsilon\upsilon 2\alpha}{2}$  |
| 3. $\eta\mu^2\alpha$                        | γ. $\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sigma\upsilon\upsilon^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$   |
| 4. $\eta\mu(\alpha - \beta)$                | δ. $2\eta\mu\frac{\alpha}{2} \cdot \sigma\upsilon\upsilon\frac{\alpha}{2}$   |
| 5. $\sigma\upsilon\upsilon 2\alpha$         | ε. $\sigma\upsilon\upsilon\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\upsilon\beta - \eta\mu\beta \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ |

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

**B<sub>2</sub>** Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση:

Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $\eta\mu\text{A}\sigma\upsilon\upsilon\text{B} + \eta\mu\text{B}\sigma\upsilon\upsilon\text{A} = 1$  τότε το τρίγωνο είναι

- |              |                            |
|--------------|----------------------------|
| α. Οξυγώνιο  | β. Ισόπλευρο               |
| γ. Ορθογώνιο | δ. Κανένα από τα παραπάνω. |

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (\lambda^3 - 4\lambda)x^3 + (\lambda^2 - 2\lambda)x - \lambda + 2$

α) Να βρείτε τον βαθμό του  $P(x)$  για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

β) Για  $\lambda=1$  να βρεθεί το  $P(x)$  και να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $P$  διέρχεται από το σημείο  $(1,-3)$ . **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < -3$ . **(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)**

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 5^{\log x}$   $g(x) = x^{\log 5}$ ,  $x \in (0, +\infty)$

**A.** Να αποδείξετε ότι:

1.  $f(x) = g(x)$

2.  $f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y)$

3.  $f\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{f(x)}{f(y)}$

4.  $f(x^v) = [f(x)]^v$   $v \in \mathbb{N}$

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

**B.** Να λύσετε την εξίσωση:  $f^2(x) = 5 + 4 \cdot g(x)$

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

**Γ.** Να λύσετε την ανίσωση:  $f(3x) > f(x^2 - 4)$

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)**

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

**A.** Αν  $a_1 = \ln e$  και  $a_4 = \ln 8 + 1$  ο πρώτος και τέταρτος όρος μιας αριθμητικής προόδου να βρεθούν τα εξής.

1. Η διαφορά της προόδου.

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 3)**

2. Αν  $S_n$  είναι το άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων της παραπάνω αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι:

$$S_n = n + \ln 2^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

3. Να βρεθεί το πλήθος των όρων ώστε :

$$S_n = n + \frac{1}{2} \ln 2^{n^3 - 21}$$

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

**B.** Δίνονται οι αριθμοί  $6, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, 36$  ώστε να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

α) Να βρεθεί η διαφορά της προόδου συναρτήσει του  $n$ .

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

β) Να προσδιορίσετε τον αριθμό  $n$  αν είναι γνωστό ότι ο  $a_{n-2}$  είναι διπλάσιος του τέταρτου όρου της προόδου.

**(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**