

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς  $\theta_1, \theta_2 > 0$ , να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2.$$

**Μονάδες 9**

- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί  $a, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει  $a^2 = \beta\gamma$ .

**β.** Τρεις αριθμοί  $a, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει

$$\beta = \frac{a+\gamma}{2}.$$

**γ.** Ο  $n^{\text{ος}}$  όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega$  είναι  $a_n = a_1 + (n - 1)\omega$ .

**δ.** Το άθροισμα των πρώτων  $n$  όρων μιας γεωμετρικής προόδου  $(a_n)$  με λόγο  $\lambda \neq 1$  είναι  $S_n = a_1 \frac{\lambda^{n+1} - 1}{\lambda - 1}$ .

**Μονάδες 8**

- Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\eta\mu(\alpha - \beta)$	1. $2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$
β. $\eta\mu 2\alpha$	2. $\frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 - \epsilon\phi\alpha\epsilon\phi\beta}$
γ. $\epsilon\phi 2\alpha$	3. $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\beta\sigma\upsilon\nu\alpha$
δ. $\epsilon\phi(\alpha - \beta)$	4. $\frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$
	5. $\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$
	6. $\frac{\epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta}{1 + \epsilon\phi\alpha\epsilon\phi\beta}$

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται το πολυώνυμο:  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ .

- α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου  $P(x)$  για  $x = -1$ .

**Μονάδες 5**

- β. Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου  $P(x)$  με το πολυώνυμο  $x - 1$ .

**Μονάδες 10**

- γ. Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < 0$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{\alpha-1}{5}\right)^x$ .

- α. Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  ορίζεται σε όλο το  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 7**

- β. Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.

**Μονάδες 8**

- γ. Εάν  $\alpha = 11$ , να λύσετε την εξίσωση  $f(x) + f(x+1) = 6$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω δύο κοινωνίες βακτηριδίων **A** και **B**. Αν συμβολίσουμε με  $A_0$  τον αρχικό πληθυσμό της κοινωνίας **A** και με  $B_0$  τον αρχικό πληθυσμό της κοινωνίας **B**, τότε  $9A_0 = 10^{11}B_0$ . Ο πληθυσμός της κοινωνίας **A** μειώνεται κάθε ώρα κατά το  $\frac{1}{100}$  του αρχικού πληθυσμού της, ενώ ο πληθυσμός της κοινωνίας **B** αυξάνεται ανά ώρα με γεωμετρική πρόοδο με λόγο  $\lambda$ . Οι δύο πληθυσμοί γίνονται ίσοι 10 ώρες μετά την αρχική στιγμή.

- α. Να δείξετε ότι ο λόγος της γεωμετρικής προόδου που αναφέρεται στον πληθυσμό **B** είναι  $\lambda = 10$ .

**Μονάδες 10**

- β. Πέντε ώρες μετά την αρχική στιγμή ο πληθυσμός της κοινωνίας **B** είναι  $10^{10}$  βακτηρίδια. Να δείξετε ότι ο αρχικός πληθυσμός της κοινωνίας **B** ήταν  $10^5$  βακτηρίδια.

**Μονάδες 8**

- γ. Να βρείτε τον πληθυσμό της κοινωνίας  $A$ , 99 ώρες μετά την αρχική στιγμή.

**Μονάδες 7**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**