

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E ενός τριγώνου είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.

Μονάδες 11

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη "Σωστό" ή "Λάθος" δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Έστω AB και $\Gamma\Delta$ χορδές ενός κύκλου. Αν οι χορδές αυτές ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται σε ένα σημείο P , τότε ισχύει:

$$PA \cdot P\Delta = PB \cdot P\Gamma$$

β. Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δυο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

γ. Η γωνία κανονικού n -γώνου είναι:

$$\varphi_n = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n} .$$

δ. Σε κάθε κανονικό n -γωνο ακτίνας R , πλευράς λ_n και αποστήματος α_n ισχύει η σχέση $\lambda_n^2 + \frac{\alpha_n^2}{4} = R^2$.

Μονάδες 8

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της Στήλης I και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης II, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

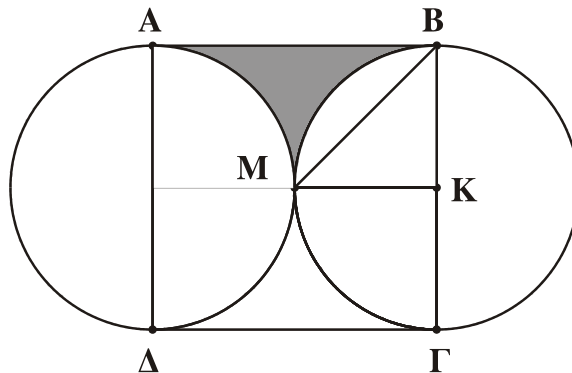
| Στήλη I: κανονικό πολύγωνο | Στήλη II: πλευρά λ_n |
|----------------------------|------------------------------|
| α. κανονικό εξάγωνο | 1. $R\sqrt{2}$ |
| β. ισόπλευρο τρίγωνο | 2. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ |
| γ. τετράγωνο | 3. $R\sqrt{3}$ |
| | 4. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ |
| | 5. R |

όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του κανονικού πολυγώνου.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τετράγωνο ABΓΔ πλευράς 4cm . Με διαμέτρους ΑΔ και ΒΓ γράφουμε κύκλους που εφάπτονται στο σημείο Μ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Να υπολογίσετε:

α. Το εμβαδόν του τριγώνου ΜΚΒ , όπου Κ το μέσο της ΒΓ.

Μονάδες 12

β. Το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΜΒ.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α , β , γ ισχύει $3\beta^2 + 2\gamma^2 = 2\alpha^2$.
Να αποδείξετε ότι:

α. Ισχύει η σχέση $\mu_{\alpha}^2 = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{4}$, όπου μ_{α} η διάμεσος στην πλευρά α .

Μονάδες 8

β. $\hat{A} > 90^\circ$.

Μονάδες 7

γ. Η προβολή ΜΔ της διαμέσου ΒΔ στην πλευρά β είναι ίση με $\frac{3}{4}\beta$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R). Έστω Ε ένα σημείο της ΑΔ, τέτοιο ώστε $ΑΔ = \sqrt{3}ΑΕ$ και Ζ το σημείο τομής της προέκτασης της ΒΕ με τον κύκλο.

α. Να εκφράσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΒΕ ως συνάρτηση της πλευράς α του τετραγώνου.

Μονάδες 7

β. Να αποδείξετε ότι $EZ = \frac{3 - \sqrt{3}}{6} \alpha$.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε, ως συνάρτηση του α , το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περιέχεται στην κυρτή γωνία $\hat{\Delta O Z}$.

Μονάδες 10