

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ , να αποδείξετε ότι: $\text{συν}\theta = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

Μονάδες 6,5

A.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης A** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης B** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη A	Στήλη B
α. κάθετα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$	1. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} $
β. ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$	2. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = - \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} $
γ. αντίρροπα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$	3. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
	4. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 2 \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} $

Μονάδες 6

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(\lambda,2)$ και $\vec{\beta}=(2,\lambda)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

B.1. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι κάθετα, τότε:

α. $\lambda=1$

β. $\lambda=0$

γ. $\lambda=-2$

δ. $\lambda=2$

Μονάδες 4

B.2. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα, τότε:

α. $\lambda=1$

β. $\lambda=0$

γ. $\lambda=-2$

δ. $\lambda=2$

Μονάδες 4,5

B.3. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι αντίρροπα, τότε:

α. $\lambda=-1$

β. $\lambda=0$

γ. $\lambda=-2$

δ. $\lambda=2$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, η πλευρά ΑΒ ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $3x-7y+27=0$ και η πλευρά ΑΔ στην ευθεία με εξίσωση $4x+y+5=0$. Οι διαγώνιοι ΑΓ, ΒΔ του παραλληλογράμμου τέμνονται στο σημείο $K(2, \frac{5}{2})$.

α. Να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ έχει συντεταγμένες (6,2).

Μονάδες 10

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η πλευρά ΒΓ.

Μονάδες 6

- γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η διαγώνιος ΒΔ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό ακέραιο n ισχύει:

α. $3^{3n} + 51 = \text{πολ } 26$

Μονάδες 15

β. $3^{3n} - 1 = \text{πολ } 26$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = ax$ διέρχεται από το σημείο $A(2,4)$, όπου $a \in \mathbb{R}$.

- α. Να αποδείξετε ότι η εστία της παραβολής είναι το σημείο $E(2,0)$.

Μονάδες 5

- β. Έστω E' το συμμετρικό της εστίας E ως προς τον άξονα $y'y$. Αν $M(x,y)$ είναι ένα οποιοδήποτε σημείο για το οποίο ισχύει $\vec{ME}^2 = \vec{ME} \cdot \vec{E'E}$, να αποδείξετε ότι το σημείο $M(x,y)$ ανήκει στον κύκλο με κέντρο την αρχή των αξόνων $O(0,0)$ και ακτίνα 2.

Μονάδες 10

- γ. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του παραπάνω κύκλου που διέρχονται από το σημείο A .

Μονάδες 10