

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Β' ΤΑΞΗΣ  
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 9 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A1.** Να αποδείξετε ότι, αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο, τότε το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του ισούται με το γινόμενο της προβολής της στην υποτείνουσα επί την υποτείνουσα.

Μονάδες 6,5

**A2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα:

Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{\Gamma} > 90^\circ$ ,  $A\Delta$  ύψος και  $AM$  διάμεσο.

Στήλη Α	Στήλη Β
<b>α.</b> $AB^2 - A\Gamma^2$	<b>1.</b> $A\Gamma^2 + B\Gamma^2 + 2B\Gamma \cdot \Delta\Gamma$
<b>β.</b> $AB^2$	<b>2.</b> $AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2}$
<b>γ.</b> $AB^2 + A\Gamma^2$	<b>3.</b> $2B\Gamma \cdot M\Delta$
	<b>4.</b> $A\Gamma^2 + B\Gamma^2 - 2B\Gamma \cdot \Delta\Gamma$
	<b>5.</b> $2AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2}$
	<b>6.</b> $B\Gamma^2$

Μονάδες 6

**B1.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Τα μήκη των πλευρών τριγώνου ΑΒΓ είναι:

$\alpha=5$ ,  $\beta=7$ ,  $\gamma=10$ . Η διάμεσος  $\mu_\gamma$  είναι:

**A.**  $3\sqrt{2}$     **B.**  $2\sqrt{3}$     **Γ.**  $2\sqrt{2}$     **Δ.**  $4\sqrt{3}$     **Ε.**  $4\sqrt{2}$

Μονάδες 4

**B2.** Δίνεται κύκλος (Ο, R) και μία διάμετρος ΒΓ αυτού. Από σημείο Α του κύκλου φέρνουμε την ΑΔ κάθετη στη ΒΓ.

Αν  $B\Gamma=20$  και  $B\Delta=\frac{1}{4}B\Gamma$ , να δείξετε ότι  $AB=4\sqrt{5}$ .

Μονάδες 4,5

**B3.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με  $GA=GB=4$  και  $\hat{\Gamma}=120^\circ$ .

Να δείξετε ότι  $AB=4\sqrt{3}$ .

Μονάδες 4

**ΘΕΜΑ 2ο**

Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ. Η προέκτασή της τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ. Αν  $\beta^2+\gamma^2=3\alpha^2$ , να δείξετε ότι:

**α.**  $AM = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2}$

Μονάδες 4

**β.**  $M\Delta = \frac{\alpha\sqrt{5}}{10}$

Μονάδες 9

**γ.**  $\frac{E_{AB\Gamma}}{E_{M\Delta\Gamma}} = 10$

Μονάδες 12

**ΘΕΜΑ 3ο**

Σε κύκλο  $(O,R)$  θεωρούμε τις διαδοχικές χορδές  $AB = R\sqrt{2}$ ,  $B\Gamma = R\sqrt{3}$ . Να υπολογίσετε συναρτήσει του  $R$ :

- α. το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $OAG$  που αντιστοιχεί στην κυρτή γωνία  $AO\Gamma$

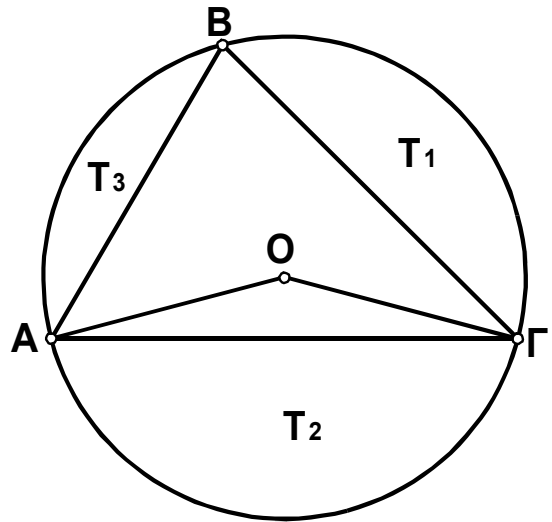
Μονάδες 7

- β. το άθροισμα των εμβαδών των κυκλικών τμημάτων  $T_1, T_2, T_3$

Μονάδες 10

- γ. τη χορδή  $A\Gamma$ .

Μονάδες 8



**ΘΕΜΑ 4ο**

Στις πλευρές  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma A$  τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$  τέτοια ώστε να είναι:

$$A\Delta = \frac{1}{3} \cdot AB, \quad BE = \lambda \cdot B\Gamma, \quad \Gamma Z = \lambda \cdot \Gamma A, \quad \text{όπου } 0 < \lambda < 1$$

Να δείξετε ότι:

α. 
$$\frac{E_{A\Delta Z}}{E_{AB\Gamma}} = \frac{1 - \lambda}{3}$$

Μονάδες 7

β. 
$$\frac{E_{\Delta E Z}}{E_{AB\Gamma}} = \frac{3\lambda^2 - 4\lambda + 2}{3}$$

Μονάδες 10

- γ. αν  $\lambda = \frac{2}{3}$ , το τρίγωνο  $\Delta E Z$  έχει το ελάχιστο δυνατό εμβαδόν.

Μονάδες 8

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**