ΛΥΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΤΕΕ 2007

ΘΕΜΑ 1ο

α)

[,)	v_i	k_i	$v_i \cdot k_i$	f_i%	F_i%
[2,4)	3	3	9	12	12
[4,6)	6	5	30	24	36
[6,8)	8	7	56	32	68
[8,10)	5	9	45	20	88
[10,12)	3	11	33	12	100
Σύνολο	25	-	173	100	-

$f_1=\frac{3}{25}=0{,}12$, $f_2=\frac{6}{25}=0{,}24$, $f_3=\frac{8}{25}=0{,}32$, $f_4=\frac{5}{25}=0{,}20$, $f_5=\frac{3}{25}=0{,}12$

β) $\bar{x}=\frac{\sum x_i v_i}{v}=\frac{173}{25}=\frac{692}{100}=6{,}92$

γ) Είναι 8 + 5 + 3 =16 δρομολόγια

δ) Είναι 12+ 24 + 32 = 68 % είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά

ΘΕΜΑ 2ο

α) $\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cancel{x}(x^2-4x+3)}{\cancel{x}(x-1)}$

β) $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(e^x-\alpha)=e^0-\alpha=1-\alpha$

γ) πρέπει $\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)\Rightarrow -3=1-\alpha\Rightarrow \alpha=1+3\Rightarrow \alpha=4$

δ) Για α=4 είναι $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+-4x+3}{x^2-1} & , x<0\\ -3+\beta & , x=0\\ e^x-4 & , x>0\end{cases}$

Πρέπει $\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)\Rightarrow -3=-3+\beta\Rightarrow \beta=-3+3\Rightarrow \beta=0$

ΘΕΜΑ 3ο

α) Είναι $f(x)=x^2+\kappa x+\lambda$ και $f'(x)=2x+\kappa$

$$\left.\begin{array}{l}\text{πρέπει } f'(1)=0\\ \text{και } f(1)=0\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}1+\kappa+\lambda=0\\ 2+\kappa=0 \Rightarrow \kappa=-2\end{array}\right\} \Rightarrow 1-2+\lambda=0 \Rightarrow -1+\lambda=0 \Rightarrow \lambda=1$$

β) Για $\kappa=-2$ και $\lambda=1$ έχουμε $f(x)=x^2-2x+1$
Άρα $f'(x)=2x-2$ και $f''(x)=2$

γ) $f(x)+f'(x)+f''(x)=x^2 \cancel{-2x}+1\cancel{+2x}\cancel{-2}\cancel{+2}=x^2+1>0$, για κάθε $x \in R$

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>

$f(x)=10\ln x-5x^2$, $x>0$

α) Έχουμε $f'(x)=\dfrac{10}{x}-10x=\dfrac{10-10x^2}{x}$

β) $f'(x)=0 \Rightarrow \dfrac{10-10x^2}{x}=0 \Rightarrow 10-10x^2=0 \Rightarrow 10=10x^2 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow \left\langle\begin{array}{l}x=1\\ x=-1, \text{απορ. γιατί } x>0\end{array}\right.$

$f'(x)>0 \Rightarrow \dfrac{10-10x^2}{x}>0 \overset{x>0}{\Rightarrow} 10-10x^2=0 \Rightarrow 10>10x^2 \Rightarrow x^2<1 \Rightarrow -1<x<1$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗		↘

Στο διάστημα $(0\,,\,1]$ η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα
Στο διάστημα $[1\,,+\infty]$ η $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα

γ) Για $x=1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο με τιμή $f(1)=10\cancel{\ln 1}^{\,0}-5=-5$

δ)
Επειδή η f παρουσιάζει ακρότατο για $x=1$
ισχύει $f(x)\le f(1) \Rightarrow f(x)\le -5$ για κάθε $x>0$

Επιμέλεια
Μυλωνίδης Σ. - Τάνης Α.