

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΕΕ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

$X_i$	$v_i$	$N_i$	$f_i\%$
0	4	4	16
1	7	11	28
2	5	16	20
3	4	20	16
4	3	23	12
5	2	25	8
Άθροισμα	25	-	100

Επειδή  $v_1 + v_2 + \dots + v_3 = 25$  δηλαδή  $4 + v_2 + 5 + 4 + 3 + 2 = 25$   
 $18 + v_2 + \dots + v_3 = 25$  άρα  $v_2 = 7$

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16. \text{ Άρα } f_1\% = 16\%$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0,28. \text{ Άρα } f_2\% = 28\%$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{5}{25} = \frac{20}{100} = 0,20. \text{ Άρα } f_3\% = 20\%$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} = 0,16. \text{ Άρα } f_4\% = 16\%$$

Ομοίως  $f_5\% = 12\%$  και  $f_6\% = 8\%$

β)  $M_0 = 1$

γ)  $\omega = 25, \delta = 13^{\text{η}}$  παρατήρηση = 2

δ)  $\frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16$  άρα 16% του δείγματος έχουν 3 παιδιά

ε) 16 οικογένειες =  $7 + 4 + 5$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3}, & x > 9 \\ \lambda x + 3, & x \leq 9 \end{cases}$$

α)  $\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2(x-9)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{3}-3)(\sqrt{x}+3)} = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2(x-9)(\sqrt{x}+3)}{x-9} =$   
 $= 2(\sqrt{9}+3) = 2(3+3) = 12$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 9^-} = \lim_{x \rightarrow 9^+} (\lambda x + 3) = 9\lambda + 3$$

γ) Για να είναι η  $f$  συνεχής στο  $x_0 = 9$  θα πρέπει:

$$\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = f(9)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = 12 \\ \lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = 9\lambda + 3 = f(3) \end{array} \right\} 12 = 9\lambda + 3 \Rightarrow 9 = 9\lambda \Rightarrow \lambda = 1$$

### ΘΕΜΑ 3°

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + \alpha x + \beta, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

α)  $f'(x) = 6x^2 - 18x + \alpha$

β)  $f'(1) = 6 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = -12 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 12$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 + \beta = 16 - 36 + 24 + \beta = -4 + \beta$$

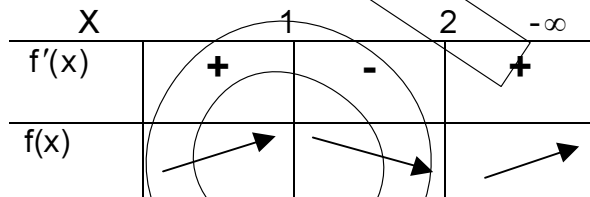
Αλλά  $f(2) = 5$  δηλαδή  $4 + \beta = 5 \Leftrightarrow \beta = 1$

γ) Η συνάρτηση  $f$  γίνεται:

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$$

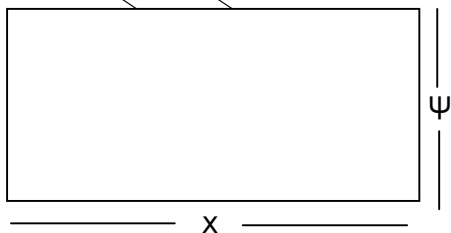
$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 2) = 6(x-1)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \text{ή} \quad x = 2$$



- Η συνάρτηση  $f$  γνησίως αύξουσα για  $x \in (-\infty, 1]$
- Η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα για  $x \in [1, 2]$
- Η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα για  $x \in [2, +\infty)$

### ΘΕΜΑ 4°



Έστω  $x$  στο μήκος και  $\psi$  το πλάτος. Ισχύει  $x, \psi > 0$ :

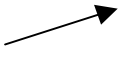
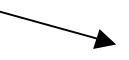
$$x + \psi = 200 \Rightarrow \psi = 200 - x, \text{ με } x \in (0, 200), 200 - x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 200$$

$$E(x) = x \cdot \psi = x(200 - x) = -x^2 + 200x$$

$$E(x) = -x^2 + 200x$$

$$E'(x) = -2x + 200, x \in (0, 200)$$

$$E'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 200 = 0 \Rightarrow \frac{200}{2} = \frac{2x}{2}, x = 100$$

$x$	0	100	200
$E'(x)$		+	-
$E(x)$			

Από τον πίνακα παρατηρούμε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο όταν  $x = 100\text{m}$

$$\text{Η μέγιστη τιμή είναι } E(100) = -100^2 + 200 \cdot 100 = -10.000 + 20.000 = 10.000\text{m}^2$$

**Επιμέλεια: Ηλιόπουλος Γιώργος, Παπαγεωργίου Γιώργος – Μαθηματικοί**

**Σχόλιο:**

Τα θέματα ήταν βατά, μέτριας δυσκολίας

Οι καλά προετοιμασμένοι υποψήφιοι μπορούσαν να ανταποκριθούν στο σύνολο των θεμάτων χωρίς ιδιαίτερα προβλήματα.