

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

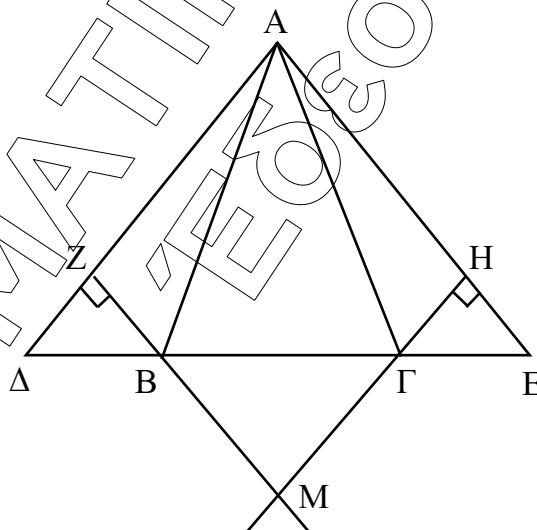
ΘΕΜΑ Α

A1. Παρ. 3.5 σελ. 62, Θεώρημα II

A2. α) Σωστό, β) Σωστό, γ) Λάθος.

A3. α. i, β. ii

ΘΕΜΑ Β

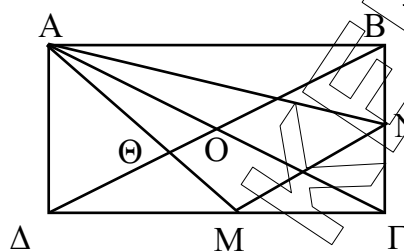


B1. Αφού $\Delta B = \Gamma E$, $AB = A\Gamma$, $\hat{A}B\Delta = \hat{A}\Gamma E$, (σαν παραπληρωματικές των προσκείμενων στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$, ίσων γωνιών B και Γ) θα είναι $\hat{A}B\Delta = \hat{A}\Gamma E$ οπότε $A\Delta = AE$, δηλαδή $\Delta A E$ ισοσκελές.

B2. Έχουμε $\Delta B = \Gamma E$, $\hat{Z} = \hat{H} = 90^\circ$ και $\hat{\Delta} = \hat{E}$ (προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου $\Delta A E$). Άρα $\Delta B Z = \Gamma E H$ οπότε $BZ = \Gamma H$.

- B3.** Έχουμε $\hat{MBG} = \hat{MGB}$, σαν κατακορυφήν των ίσων γωνιών \hat{DBZ} και \hat{EGH} των ίσων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος, οπότε το τρίγωνο BGM είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ Γ



- Γ1.** Είναι $AG = 2AD$ και \hat{AGD} ορθογώνιο στο Δ , οπότε $\hat{AGD} = 30^\circ$ και $\hat{DAG} = 90^\circ - \hat{AGD} = 60^\circ$.

Είναι $AO = \frac{1}{2}AG = AD$. Αφού διχοτομούνται και είναι ίσες οι διαγώνιες του ορθογώνιου θα έχουμε $DO = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}AG = AD$.

Άρα το τρίγωνο AOB είναι ισόπλευρο, δηλαδή οι γωνίες του είναι 60° η κάθε μία.

- Γ2.** Είναι DO διάμεσος του \hat{AGD} και AM διάμεσος του \hat{AGD} , οπότε Θ βαρύκεντρο του ABG .

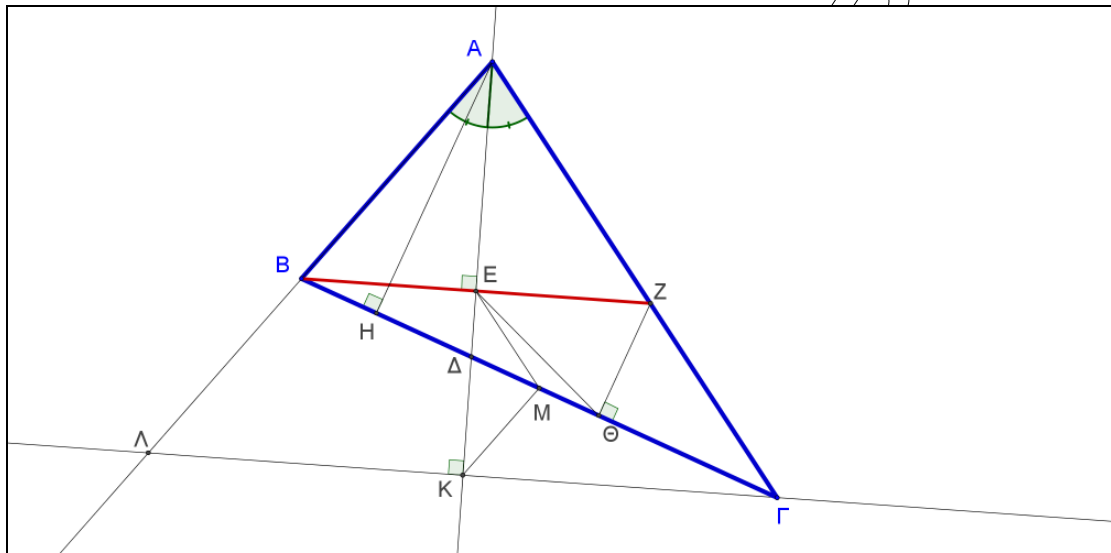
Άρα $\Delta\Theta = 2 \cdot \Theta O = 2\alpha$.

και $\Delta O = 3\Theta O = 3\alpha$ οπότε $BD = 2\Delta O = 6\alpha = AG$ (διότι οι διαγώνιες ορθογώνιου είναι ίσες).

Όμως $AD = \frac{1}{2}AG = \frac{1}{2}6\alpha = 3\alpha$.

- Γ3.** Αφού M μέσο DG και N μέσο GB θα είναι $MN \parallel BD$ δηλαδή $BNMA$ τραπέζιο με διάμεσο $\delta = \frac{BD + MN}{2} = \frac{6\alpha + 3\alpha}{2} = \frac{9\alpha}{2}$ αφού το τμήμα MN είναι το μισό της BD .

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Αφού ΑΕ είναι διχοτόμος και ύψος στο $\triangle ABZ$ θα είναι $\triangle ABZ$ ισοσκελές και ΑΕ διάμεσος, δηλαδή Ε μέσο του ΒΖ και $BE = EZ$. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle Z\Theta B$ η ΘE είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΖ, άρα $E\Theta = \frac{BZ}{2} = BE$, οπότε το τρίγωνο $BE\Theta$ είναι ισοσκελές.

Δ2. Το τετράπλευρο ΑΒΗΕ είναι εγγράμιμο αφού η πλευρά ΑΒ φαίνεται από τις κορυφές Η και Ε με ίσες γωνίες $\hat{BHA} = \hat{BEA} = 90^\circ$.

Δ3. Τα τρίγωνα $\triangle ABZ$ και $\triangle AL\Gamma$ είναι ισοσκελή αφού η διχοτόμος της γωνίας Α ταυτίζεται με τα αντίστοιχα ύψη τους. Άρα $AB = AZ$ και $AL = A\Gamma$ οπότε αφαιρώντας τις ισότητες κατά μέλη προκύπτει $BL = Z\Gamma$.

Δ4. Τα Ε και Μ είναι μέσα των πλευρών ΒΖ και ΒΓ του τριγώνου ΒΖΓ οπότε $EM \parallel \frac{Z\Gamma}{2}$ και τα Μ και Κ είναι μέσα των πλευρών ΒΓ και ΛΓ του τριγώνου

$\triangle B\Lambda\Gamma$ οπότε $MK \parallel \frac{B\Lambda}{2}$. Αφού $BL = Z\Gamma$ θα είναι και $EM = MK$, δηλαδή το τρίγωνο EMK είναι ισοσκελές και από τις προηγούμενες παραλληλίες έχουμε $\hat{EM\Delta} = \hat{\Gamma}$ (εντός – εκτός και επί τα αυτά μέρη) και $\hat{BMK} = \hat{B}$ (εντός εναλλάξ), οπότε $\hat{EMK} = \hat{\Gamma} + \hat{B} = 180^\circ - \hat{A}$.