ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Δείξτε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου (Ο, ρ), που άγονται από σημείο Ρ εκτός αυτού, είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 15

Α2. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν δύο ευθείες, τεμνόμενες από τρίτη ευθεία σχηματίζουν δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές τότε είναι παράλληλες.

β) Οι τρεις μεσοκάθετοι ενός τριγώνου διέρχονται υποχρεωτικά από το ίδιο σημείο το οποίο λέγεται περίκεντρο του τριγώνου.

γ) Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την επίκεντρη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

Μονάδες 6

Α3. *Να επιλέξτε την σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις και να σημειώστε στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση το γράμμα της σωστής απάντησης.*

α) Για την διάκεντρο δύο τεμνόμενων κύκλων ισχύει:

i. Είναι πάντοτε μεσοκάθετη της κοινής χορδής.

ii. Έχει πάντοτε μεσοκάθετη την κοινή χορδή.

iii. Είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων των κύκλων.

β) Ένα τετράπλευρο είναι πάντοτε εγγράψιμο αν:

i. Έχει δύο απέναντι γωνίες ίσες.

ii. Έχει δύο απέναντι γωνίες παραπληρωματικές.

iii. Οι απέναντι πλευρές έχουν σταθερό άθροισμα.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Στη προέκταση της βάσης ΒΓ προς το Β παίρνουμε τμήμα ΒΔ και στη προέκταση της ίδιας βάσης προς το Γ παίρνουμε τμήμα ΓΕ ώστε ΒΔ=ΓΕ.

Β1. Να δειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 9

Β2. Να δειχθεί ότι οι αποστάσεις ΒΖ και ΓΗ των κορυφών Β και Γ από τις πλευρές ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα, είναι ίσες.

Μονάδες 9

Β3. Αν οι ευθείες ΒΖ, ΓΗ τέμνονται στο Μ, να δειχθεί ότι το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ η διαγώνιος ΑΓ είναι διπλάσια από την πλευρά ΑΔ. Αν Ο είναι το κέντρο του ορθογωνίου, Μ το μέσο της πλευράς ΓΔ και Θ το σημείο τομής των ΑΜ και ΒΔ και ΘΟ = α, όπου α γνωστό τμήμα, τότε:

Γ1. Δείξτε ότι $Δ\hat{A}Γ=60^0$ και υπολογίστε τις γωνίες του τριγώνου ΑΟΔ.

Μονάδες 9

Γ2. Δείξτε ότι το Θ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου ΑΔΓ και να υπολογίστε σαν συνάρτηση του α τα τμήματα: ΘΔ, ΑΓ, ΑΔ.

Μονάδες 8

Γ3. Αν Ν μέσο της πλευράς ΒΓ τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο ΒΝΜΔ είναι τραπέζιο με διάμεσο ίση με $\frac{9\alpha}{2}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Έστω οξυγώνιο τρίγωνο $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$ (ΑΒ<ΑΓ), ΑΔ διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ και Μ μέσο της πλευράς ΒΓ. Φέρνουμε την ΒΕ $\perp$ ΑΔ, η οποία τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ζ και από το Ζ τη ΖΘ $\perp$ ΒΓ και από το Γ την ΓΚ $\perp$ ΑΔ, που τέμνει την ΑΒ στο Λ.

Δ1. Δείξτε ότι το Ε είναι μέσο της ΒΖ και ότι το τρίγωνο $\overset{\Delta}{BE\Theta}$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 6

Δ2. Αν ΑΗ το ύψος του τριγώνου $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$ τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο ΑΒΗΕ είναι εγγράψιμο

Μονάδες 6

Δ3. Δείξτε ότι ΖΓ = ΒΛ.

Μονάδες 6

Δ4. Δείξτε ότι το τρίγωνο $\overset{\Delta}{EMK}$ είναι ισοσκελές και ότι η γωνία $\widehat{EMK}$ είναι παραπληρωματική της γωνίας Α.

Μονάδες 7