

**ΤΑΞΗ:** 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)

**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία:** Κυριακή 27 Απριλίου 2014

**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης  $f$  από το  $\alpha$  έως το  $\beta$  ( $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί);

(Μονάδες 5)

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Σε ένα δείγμα η διάμεσος είναι πάντα ακέραιος αριθμός.
2. Μια συνάρτηση  $f$  που είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής στο  $x_0$ .
3. Ισχύει:  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx$ , όπου  $\alpha < \gamma < \beta$ .
4. Μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$ , αν ισχύει μόνο  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ .
5. Ισχύει:  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ , όπου  $c =$  πραγματικός αριθμός.

(Μονάδες 10)

**A3.** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ , και  $v =$  ακέραιος, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^v = \dots$
2.  $(\frac{1}{x})' = \dots$
3.  $c =$  πραγματικός αριθμός,  $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$

4. Αν σε ένα διάστημα  $(\alpha, \beta)$  που περιέχει ένα  $x_0$ , και ισχύει  $f(x) \geq f(x_0)$ , τότε η  $f$  έχει στο  $x_0$  τοπικό ...
5. Η παράγουσα της  $\frac{g'(x)}{g(x)}$ , όπου  $g(x) > 0$ , είναι η ...

(Μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ Β

Ρωτήσαμε κάποιους μαθητές της Γ' τάξης ενός ΕΠΑ.Λ., για το πόσα βιβλία αγόρασαν την χρονιά που μας πέρασε και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός βιβλίων $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$	Αθροιστική συχνότητα $N_i$	$x_i \cdot v_i$
0				5	
2		20			
4					20
6			70		
8	15				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>					

- B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε. (Μονάδες 7)
- B2.** Να υπολογιστεί η μέση τιμή. (Μονάδες 5)
- B3.** Να βρεθεί η διάμεσος. (Μονάδες 5)
- B4.** Να υπολογιστεί η διακύμανση. (Μονάδες 5)
- B5.** Να βρεθεί η νέα μέση τιμή αν όλοι οι μαθητές αγοράσουν 2 βιβλία παραπάνω ο καθένας. (Μονάδες 3)

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + 6x - 8}{2 - \sqrt{x+2}}, & x > 2 \\ \kappa^3, & x = 2 \\ \lambda \cdot \frac{x^2 + 4}{x + 2} \cdot e^{x-2}, & 0 < x < 2 \end{cases} \quad \text{όπου } \kappa, \lambda \text{ πραγματικοί αριθμοί.}$$

- Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 3)
- Γ2. Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ . (Μονάδες 7)
- Γ3. Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ . (Μονάδες 5)
- Γ4. Να υπολογιστεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ , ώστε να υπάρχει το όριο της συνάρτησης στο  $x=2$ . (Μονάδες 5)
- Γ5. Να υπολογιστεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $\kappa$ , ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο  $x=2$ . (Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\alpha + \ln x}{x}$ ,  $x > 0$ , η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x = 1$ .

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$ . **(Μονάδες 5)**
- Δ2.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος του τοπικού ακρότατου. **(Μονάδες 7)**
- Δ3.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) \leq 1$ , όταν  $x > 0$ . **(Μονάδες 5)**
- Δ3.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από την  $g(x) = f(x) \cdot x - 1$ ,  $x > 0$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x = 1$  και  $x = e$ . **(Μονάδες 8)**